

Методика выбора независимых путей с определением их количества при решении задач многопутевой маршрутизации

The Method of Paths Independents Choice with Definition of their Quantity at the Solving of Multipath Routing Problem

Аннотация В статье предлагается методика выбора количества путей при решении задач многопутевой маршрутизации. На основе геометрического представления структуры телекоммуникационной сети введено линейное пространство путей, базис которого определяет количество независимых путей между заданной парой сетевых узлов.

Abstract In the article the method of a choice of paths quantity at the solving of problem of multipath routing is offered. Mathematical expression for calculation of quantity independent paths is offered for the solving of problems multipath routing. The formula is received on the basis of geometrical representation of structure of a network with introduction of linear path space.

Введение

Многопутевая маршрутизация была и остается в современных и перспективных мультисервисных телекоммуникационных сетях (ТКС) эффективным средством повышения производительности сети и отказоустойчивости маршрутных решений (*Fast Reroute*) [1], обеспечения скоростных и вероятностно-временных показателей качества обслуживания (*Quality of Service, QoS*) [2], а также сбалансированной загрузки буферных и канальных сетевых ресурсов (*Load-Balancing Routing, Traffic Engineering*) [3].

Ключевой проблемой, с которой приходится сталкиваться исследователям и производителям сетевого оборудования при проектировании и внедрении аппаратно-программных средств многопутевой маршрутизации, является определение необходимого количества путей, поддерживаемых тем или иным маршрутизирующими протоколом.

В настоящее время в современных транспортных технологиях – IP (Internet Protocol), ATM (Asynchronous Transfer Mode) и MPLS (MultiProtocol Label

Switching) при решении задач многопутевой маршрутизации используются множество протоколов – RIP (Routing Internet Protocol), IGRP (Interior Gateway Routing Protocol), EIGRP (Extended IGRP), IS-IS (Intermediate System – to – Intermediate System), OSPF (Open Shortest Path First) и PNNI (Private Network – to – Network Interface), в которые заложены эвристические процедуры балансировки нагрузки по путям как с равной, так и с различной стоимостью (метрикой). Например, протоколы RIP и OSPF выполняют автоматическую балансировку нагрузки одновременно по шести маршрутам с равной стоимостью, а в протоколах IGRP и EIGRP количество используемых путей с различной метрикой определяется административно с помощью команды *variance* [4]. Тенденция к административному, т.е. теоретически необоснованному выбору числа путей сохраняется и во вновь предлагаемых моделях многопутевой маршрутизации [5, 6].

Геометризация структуры ТКС

В дальнейшем будем основываться на том, что путь – это упорядоченное множество последовательно соединенных между собой сетевых узлов и трактов передачи (ТП). Для удобства в данной работе путь будет записываться как последовательность образующих его трактов передачи.

В свою очередь, множество рассчитываемых путей между заданной парой узлов сети должно удовлетворять ряду требований, касающихся их независимости. Под независимостью путей в некоторых случаях понимается их узловая и реберная непересекаемость (рис.1 а), т.е. в предельном случае пути не должны полностью совпадать друг с другом. Пути, образованные последовательностью трактов (рис.1 а) ТП1-ТП2; ТП4-ТП5; ТП3, являются непересекающимися.

Но, как показывает практика, подобный подход не реализует в должной мере преимущества многопутевых решений маршрутных задач, т.к. не всегда трафик использует полностью канальные ресурсы трактов передачи вдоль рассчитываемого пути. В этой связи, как правило, необходимо использовать одновременно множество путей с реберным и (или) узловым пересечением (рис.1 б). При этом, пути ТП1-ТП4 и ТП2-ТП3-ТП4 соотносятся друг относительно друга как пути с реберным пересечением (ТП4 является общим для обоих путей), а пути ТП1-ТП6-ТП7 и ТП2-ТП3-ТП4 – как пути с узловым пресечением, т.к. для этих путей узел 2 является общим.

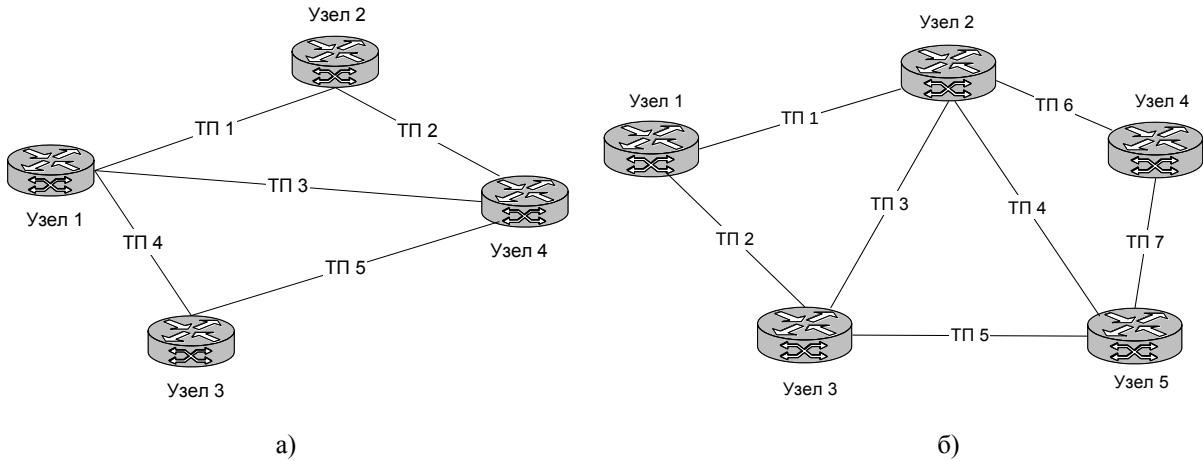


Рис.1. Примеры структур сетей с непересекающимися (а) и пересекающимися (б) типами путей

С целью решения поставленной задачи, касающейся определения необходимого количества путей в ходе реализации многопутевой маршрутизации, произведем геометризацию структуры ТКС с введением ряда пространств, в том числе пространства путей и соответствующих ему систем координат.

Как известно [7, 8], при описании структуры ТКС одномерной сетью (одномерным симплексом) на структуре ТКС, состоящей из соединенных между собой n ветвей ($v_j, j = \overline{1, n}$) и m узлов ($u_i, i = \overline{1, m}$), могут быть введены линейные дискретные пространства трактов передачи размерности n , разрезающих множеств (узловых пар) размерности $m-1$ и контуров сети (π) размерности $n-m+1$. Напомним, что выбор базисных контуров производится на хордах произвольно определенного остова сети, т.е. каждая хорда остова должна входить лишь в один базисный контур [7].

Параллельно с этими пространствами введем пространство путей, которое включает в себя все возможные пути между заданной парой узлов в сети. Размерность этого пространства $n_{path}^{(i,j)}$ по определе-

нию и будет определять общее количество независимых путей в сети между узлами u_i и u_j .

С целью определения размерности введенного пространства ($n_{path}^{(i,j)}$) для математического описания того или иного пути ($\gamma_k, k = \overline{1, n_{path}^{(i,j)}}$) произвольно введем ориентацию трактов передачи ($v_l, l = \overline{1, n}$) с использованием следующей алгебры путей: тракт передачи входит в выражение для определения пути со знаком «+», если ориентация тракта совпадает с ориентацией пути, и со знаком «-» в противном случае. Например, для структуры ТКС (рис.2 а) множество путей между узлами u_1 и u_4 можно представить в виде следующей системы уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 = v_1 + v_2; \\ \gamma_2 = v_4 + v_5; \\ \gamma_3 = v_1 + v_3 + v_5; \\ \gamma_4 = v_4 - v_3 + v_2. \end{cases} \quad (1)$$

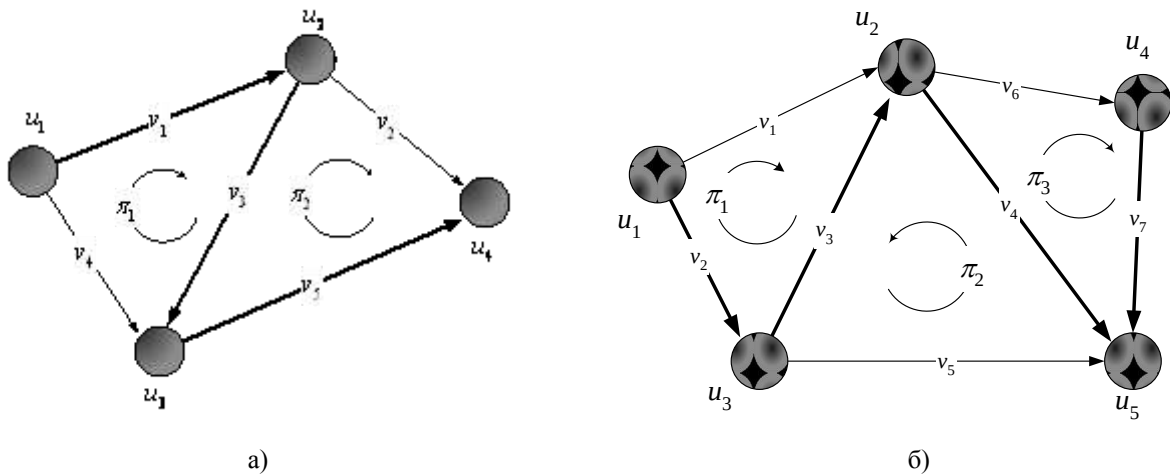


Рис.2. Примеры анализируемых структур ТКС

Ранг (*rank*) матрицы путей ($A_{path}^{(1,4)}$) в этом случае равен трем, т.е.

$$rank \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 3, \quad (2)$$

и определяет число независимых путей в сети ($n_{path}^{(1,4)}$) между парой узлов u_1 и u_4 .

В свою очередь, для структуры ТКС (рис.2 б) множество всех безконтурных путей между узлами u_1 и u_5 , т.е. путей, не содержащих контуров (петель), можно представить в виде следующей системы уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 = v_1 + v_6 + v_7; \\ \gamma_2 = v_1 + v_4; \\ \gamma_3 = v_1 - v_3 + v_5; \\ \gamma_4 = v_2 + v_5; \\ \gamma_5 = v_2 + v_3 + v_4; \\ \gamma_6 = v_2 + v_3 + v_6 + v_7. \end{cases} \quad (3)$$

Ранг матрицы путей $A_{path}^{(1,4)}$ в этом случае равен 4:

$$rank \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 4. \quad (4)$$

Таким образом, количество независимых путей в сети между заданной парой узлов (размерность пространства путей) равно рангу соответствующей матрицы путей:

$$n_{path}^{(i,j)} = rank A_{path}^{(i,j)}. \quad (5)$$

То есть, на всем множестве путей существует определенное количество путей, определяющих базис путевого пространства. При этом выбор базисных путей, в общем случае, может производиться множеством способов. Поэтому, при выборе базисных путей между заданной парой узлов в сети необходимо проверять, чтобы ранг сформированной матрицы базисных путей соответствовал ранее установленной размерности путевого пространства (5).

Например, множество путей между узлами u_1 и u_5 (рис.2 б)

$$\begin{cases} \gamma_1 = v_1 + v_6 + v_7; \\ \gamma_2 = v_1 - v_3 + v_5; \\ \gamma_3 = v_2 + v_5; \\ \gamma_4 = v_2 + v_3 + v_6 + v_7; \end{cases}$$

не определяет базис путевого пространства (эти пути являются зависимыми), т.к. соответствующая матрица путей будет иметь ранг равный трем:

$$rank \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 3,$$

при $n_{path}^{(1,5)} = 4$, т.е. остается неохваченным один базисный путь и, кроме того, один из выбранных путей может быть выражен в виде линейной комбинации двух остальных.

Базис путевого пространства для данного примера определяет следующее множество путей между узлами u_1 и u_5 (рис.2 а)

$$\begin{cases} \gamma_1 = v_1 + v_6 + v_7; \\ \gamma_2 = v_2 + v_5; \\ \gamma_3 = v_2 + v_3 + v_6 + v_7; \\ \gamma_4 = v_1 + v_4; \end{cases} \quad (6)$$

т.к. соответствующая матрица путей имеет ранг равный четырем:

$$rank \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 4.$$

Если при выборе множества независимых путей определенный ТП входит в тот или иной базисный путь со знаком «минус», то это означает, что передача пакетов в этом тракте будет происходить в обратном направлении по отношению к изначальной произвольно выбранной ориентации этого ТП.

Таким образом, при реализации многопутевой стратегии маршрутизации для сети (рис.1 б) при передаче пакетов от первого узла к пятому нет необходимости устанавливать более четырех путей. С технологической точки зрения поддержка избыточных путей нецелесообразна, т.к. это всегда связано с необходимостью дополнительных расходов времени и сетевых (буферных и канальных) ресурсов. Использование выражения (5) позволяет определить верхний предел количества рассчитываемых путей при организации многопутевой маршрутизации.

Форма выражения (5) для расчета количества независимых путей является достаточно удобной и наглядной, однако для его использования необходимо при формировании матрицы путей $A_{path}^{(i,j)}$ записывать все возможные пути между заданной парой узлов в сети. Для сетей большой размерности это достаточно трудоемкая операция. В этой связи ниже предлагается вывод аналитического выражения для количества независимых путей, являющегося функцией основных структурных параметров сети.

Порядок выбора независимых путей и вывод аналитического выражения для определения их количества в сети произвольной структуры

Индуктивно можно доказать, что количество независимых путей ($n_{path}^{(i,j)}$) между парой узлов u_i и u_j на один больше, чем число независимых контуров [8, 9], т.е.

$$n_{path}^{(i,j)} = n - m + 2. \quad (7)$$

Например, для древовидной сети (рис.3 а) разомкнутый путь γ_1 между узлами u_1 и u_7 можно представить следующим образом:

$$\gamma_1 = v_1 + v_2 + v_5 + v_6.$$

Действительно, оставляя количество узлов сети постоянным, введение каждой последующей ветви, способствующей образованию контура в сети, приводит к возникновению дополнительного пути.

Для одноконтурной сети (рис.3 б) двумя базисными путями из узла u_1 в u_7 являются пути γ_1 и γ_2 , где

$$\gamma_2 = v_7 - v_3 + v_2 + v_5 + v_6.$$

Введение же ветви между узлами u_4 и u_5 , а также u_6 и u_7 увеличит количество независимых контуров до трех, а базисных путей до четырех, придав некоторую свободу их выбору. Для трехконтурной сети (рис.3 в) в качестве базисных, например, могут выступать следующие четыре пути:

$$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \quad (8)$$

где $\gamma_3 = v_1 + v_3 + v_8 + v_6$; $\gamma_4 = v_1 + v_2 + v_4 + v_9$.

При этом любой другой путь между узлами u_1 и u_7 в сети можно представить в виде линейной комбинации перечисленных базисных путей. Например, путь

$$\gamma_5 = v_7 + v_8 - v_5 + v_4 + v_9$$

в базисе (8) можно представить в виде

$$\gamma_5 = -2\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4.$$

Анализ выражения (7) показывает, что количество независимых путей в сети инвариантно относительно рассматриваемой пары узлов, т.е. индексы (i, j) в этом выражении можно опустить.

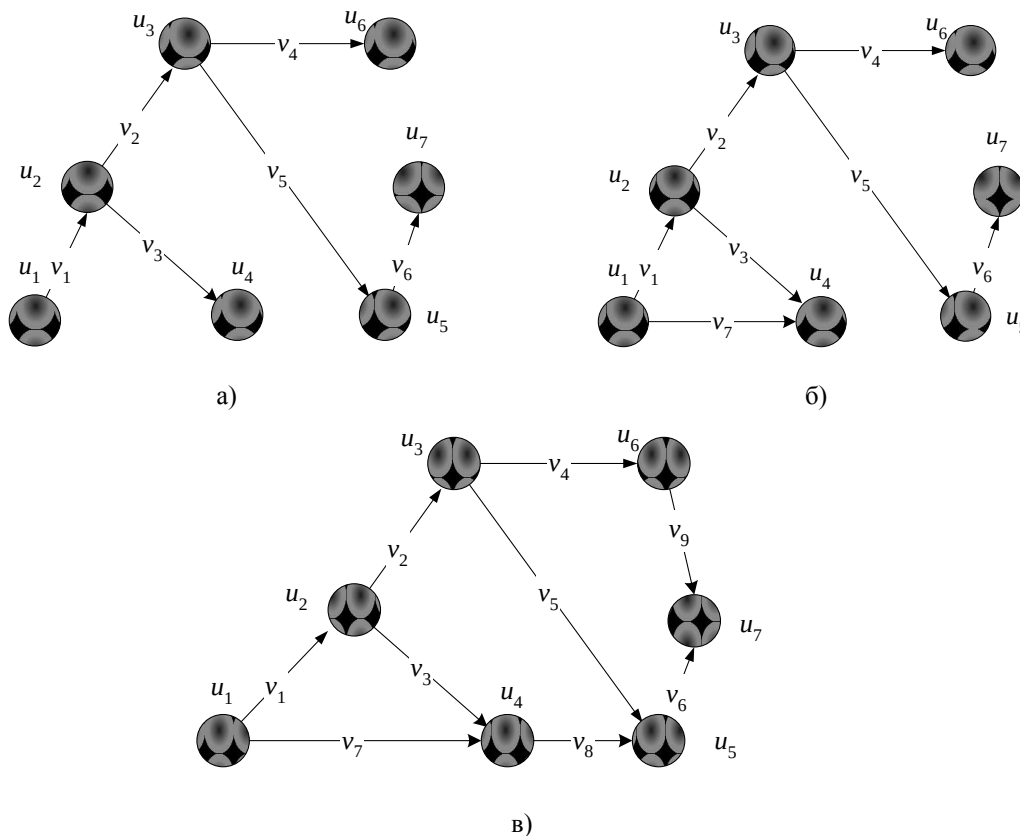


Рис.3. Примеры одномерных сетей с различным числом контуров

Таким образом, размерность пространства путей на единицу больше (7) чем размерность пространства контуров [7, 8]. В этой связи для непосредственного определения множества независимых путей между заданной парой узлов воспользуемся методикой определения базисных контуров. В соответствии с предлагаемым подходом, основанным на ранее произведенной геометризации структуры ТКС, в качестве базисных выбирается определенное множество путей мощности $n-m+2$, в котором $n-m+1$ путей обязательно проходят по хордам предварительно выбранного остова сети, причем каждая хорда должна входить лишь один раз в каждый из этих

путей. Например, для сети (рис.2 а) остов состоит из ветвей v_1, v_3, v_5 , а для структуры (рис. 2 б) остов определяется множеством v_2, v_3, v_4, v_7 . При этом для структуры сети (рис.2 б) в качестве хорд выступает множество v_1, v_5, v_6 , а первые три базисных пути задаются множеством $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ (6). Недостаточный базисный путь выбирается между заданной парой узлов таким образом, чтобы он не совпадал с ранее определенными базисными путями. Для структуры сети (рис.2 б) в качестве такого пути может выступать путь γ_4 (6).

Заключение

Таким образом, на основе всего выше изложенного можно представить следующую методику выбора независимых путей с определением их количества при решении задач многопутевой маршрутизации. *Во-первых*, анализируется общая структура ТКС с выяснением числа узлов (m) и соединяющих их трактов передачи (n). *Во-вторых*, в соответствии с выражением (7) осуществляется расчет числа независимых путей между произвольной парой узлов в сети. *В-третьих*, непосредственно определяются независимые (базисные) пути для каждой пары узлов сети предложенным выше способом, чтобы ранг

сформированной матрицы базисных путей соответствовал ранее установленной размерности путевого пространства (5) или (7).

Предложенная методика может быть использована при решении задач многопутевой маршрутизации (балансировки нагрузки); задач обеспечения гарантированного качества обслуживания; задач отказоустойчивой маршрутизации. Кроме того, условия (5) или (7) могут использоваться при решении задач структурного синтеза ТКС совместно с другими условиями обеспечения структурной живучести и (или) надежности сети.

Литература

1. Pan P. et al. Fast Reroute Techniques in RSVP-TE // *Internet Draft* / draft-pan-rsvp-fastreroute-00.txt. 2002.
2. Lee G. M. A survey of multipath routing for traffic engineering // *Proc. of LNCS* 3391. – Springer-Verlag, 2005. – Vol. 4. – P. 635-661.
3. Поповский В.В., Лемешко А.В., Мельникова Л.И., Андрушко Д.В. Обзор и сравнительный анализ основных моделей и алгоритмов многопутевой маршрутизации в мультисервисных телекоммуникационных сетях // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2005. – Том.4. – Вып. № 4. – С. 372-382.
4. Руденко И. Маршрутизаторы CISCO для IP-сетей. – М.: КУДИС-ОБРАЗ, 2003. – 656 с.
5. Вишневецкий В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных систем. – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
6. Jia Y., Nikoladis I. Gburzynski P. Multiple path QoS routing // *Proc. Int. Conf. Communications (ICC 2001)*. – Helsinki, 2001. – P. 2583-2587.
7. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи. – М.: Высш. школа, 1971. – 448 с.
8. Крон Г. Тензорный анализ сетей. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.
9. Лемешко А.В. Тензорные модели решения задачи поиска кратчайшего пути // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2003. – Том.2, № 1. – С. 52-59.