

УДК 621.391

Поповский В.В., д.т.н., проф.; Лемешко А.В., д.т.н., доц.; Евсеева О.Ю., к.т.н., докт-т

ДИНАМИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ ТКС: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Поповський В.В., Лемешко О.В., Євсєєва О.Ю. Динамічне управління ресурсами ТКС: математичні моделі в просторі станів. Пропонується огляд динамічних математичних моделей ТКС з позицій управління мережними ресурсами в умовах прийняття різних гіпотез щодо характеру параметрів системи та повноти вихідної інформації про них. Розглянуто три підходи до моделювання ТКС: детермінований, стохастичний й адаптивний з аналізом меж застосування кожного з них.

Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю. Динамическое управление ресурсами ТКС: математические модели в пространстве состояний. Предлагается обзор с позиций управления сетевыми ресурсами динамических математических моделей ТКС в условиях принятия различных гипотез о характере параметров системы и полноты исходной информации о них. Рассмотрены три основные подхода к моделированию ТКС: детерминированный, стохастический и адаптивный с анализом областей целесообразного применения каждого из них.

Popovsky V.V., Lemeshko A.V., Yevsyeyeva O.Yu. TCS's resources dynamic control: the state- space based mathematical models. The survey of dynamic mathematical models of TCS under conditions of acceptance of different various hypothesis as to the nature of system parameters and completeness of source information about them from the position of network resources control is proposed. Three basic approaches are considered: deterministic, stochastic and adaptive. Areas of expedient application of each of them are specified.

Ключевые слова: ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННАЯ СИСТЕМА, СЕТЕВЫЕ РЕСУРСЫ, ДИНАМИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, ТРАФИК, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ, МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ

В современных условиях постоянного совершенствования и усложнения телекоммуникационных систем (ТКС) и технологий, стремления к повышению качества обслуживания (QoS, Quality of Service) со стороны операторов и провайдеров, а также роста требований со стороны потребителей услуг связи, особую актуальность приобретают задачи обеспечения эффективного использования сетевых ресурсов. С системной точки зрения решение подобного рода задач может быть основано на их формулировке как задач оптимального управления канальными, буферными и информационными ресурсами ТКС: пропускной способностью каналов связи, буферной емкостью маршрутизаторов, трафиком и настройкой соответствующих протоколов, реализующих этот процесс на технологическом уровне.

Как показывает анализ состояния современных ТКС, математическую основу подавляющего большинства реализуемых на практике механизмов и протоколов, связанных с управлением трафиком и распределением сетевых ресурсов, составляют статические, зачастую эвристические схемы, модели и методы. Так в качестве теоретической основы для решения задач управления трафиком на узлах сети, реализованных в виде процедур Traffic Shaping, CB Policing, GCRA и пр., выступают эвристические процедуры «корзины маркеров» и «дырявого ведра» [1...3]. Для механизмов формирования и обслуживания очередей пакетов (например, WFQ, CBWFQ, LLQ, WRR), обеспечивающих распределение канальных ресурсов между потоками трафика, теоретическую основу составляет идея максиминного равномерного распределения ресурсов (max-min fair-share allocation) и ее продолжение в виде GPS (Generalized Processor Sharing) – обобщенной схемы разделения процессорного времени [1]. Математической основой решения задач маршрутизации сетевого трафика в подавляющем большинстве маршрутных протоколов (RIP, EIGRP, OSPF, IS-IS, BGP и пр.) выступает модель поиска “кратчайшего” пути на графе [4].

В ряде работ замена эвристическим решениям в области управления сетевыми ресурсами ТКС при решении широкого класса потоковых задач [5...8] видится в использовании более адекватных статических моделей, в рамках которых не отслеживается изменение состояния ТКС во времени. Общим недостатком, свойственным всей совокупности статических моделей при формализации задач управления сетевыми ресурсами, является невысокое качество получаемых решений, особенно в условиях их реализации в протоколах управления реальным временем. Отсутствие учета динамики изменения характеристик трафика, загруженности канальных и буферных ресурсов, как правило, вызывает заикливание пакетов в ходе их маршрутизации, а также способствует необоснованному принятию решений при резервировании сетевых ресурсов и ограничении трафика на приграничных и транзитных узлах ТКС.

Некоторым выходом из сложившейся ситуации, связанной с применением статических математических моделей, является обеспечение уже на технологическом уровне периодического или аperiodического (по требованию) перерасчета управляющих воздействий (маршрутных таблиц, порядка использования канальных и буферных ресурсов) в соответствии с *текущим* изменением состояния ТКС – ее топологии (например, в протоколах RIP, OSPF), загруженности сетевых узлов и производительности различных участков (сегментов) ТКС (например, в протоколах EIGRP, IS-IS, PNNI). Как правило, при реализации данного подхода учитывается незначительное число параметров системы, значения которых устанавливаются административно, либо задаются путем статистического усреднения результатов измерений.

В то же время необходимо учитывать, что, в общем случае, ТКС – это сложная динамическая многопараметрическая и слабодетерминированная система, допускающая возможность реализации различных по степени сложности и эффективности стратегий управления. Поэтому достичь необходимого уровня адекватности математического описания ТКС в ходе обеспечения оптимального управления ее ресурсами возможно лишь в рамках динамических моделей, в которых учитывается связь состояний системы во времени. В данной работе предлагается обзор и анализ основных подходов к математическому описанию динамики состояния ТКС в условиях принятия различных гипотез относительно характера ее структурно-функциональных параметров и доступности информации о них. С точки зрения задач управления сетевыми ресурсами под управляемыми структурно-функциональными параметрами ТКС будем понимать ее топологию, характеристики информационных потоков, объемы канальной и буферной емкости, параметры процедур маршрутизации и обработки трафика на маршрутизаторах.

I. Основные подходы к математическому описанию ТКС

В целом для математического описания динамических свойств ТКС могут использоваться различные подходы, среди которых основное место занимают методы, представляющие процесс функционирования ТКС как управляемый случайный марковский процесс. В общем случае марковский случайный процесс может быть описан с использованием матриц переходных вероятностей или дифференциально-разностных уравнений состояний. Первое описание предполагает задание динамики системы в виде переходной функции, определенной на некотором заранее определенном пространстве состояний. Примером данного подхода может служить изложенная в работе [9] модель. С точки зрения практической реализации весьма важной характеристикой модели является ее размерность, которая в случае применения матриц переходных вероятностей имеет экспоненциальную зависимость, а при использовании дифференциально-разностных уравнений состояний – степенную.

Динамическая математическая модель ТКС, представленная в форме переменных состояния, имеет вид системы линейных или нелинейных дифференциально-разностных уравнений. Как правило, в первом приближении используют обыкновенные линейные дифференциальные (или разностные) уравнения первого порядка, обобщенные в векторно-матричной форме. С целью учета запаздываний в системе используются неоднородные дифференциально-разностные уравнения, в которых присутствуют операторы дифференцирования $\frac{d}{dt}$ для непрерывных систем и сдвига z_k , $z_k x(n\Delta t) = x((n-k)\Delta t)$ для дискретных. Кроме того, как известно из теории, для исследования линейных динамических систем могут быть использованы импульсные характеристики или передаточные функции, а для нелинейных традиционным является описание в форме рядов Вольтера. Однако применение изложенной в работе [10] модели сети связи в виде системы интегральных уравнений Вольтера второго рода, ядрами которых являются плотности распределения времен обслуживания сообщений на маршрутизаторах сети, позволяет проанализировать динамику сети через изменения очередей на ее узлах только в окрестности некоторого состояния равновесия – стационарного состояния, подлежащего предварительному расчету. А использование передаточных функций представляет удобство только для описания достаточно простых динамических систем (не выше третьего-четвертого порядка), что, однако, не соответствует реалиям современных территориально-распределенных ТКС. Таким образом, на сегодняшний день основным методом исследования телекоммуникационных систем как сложных динамических систем с целью обеспечения оптимального управления сетевыми ресурсами можно считать описание динамики ТКС марковским случайным процессом в форме дифференциально-разностных уравнений состояния.

В рамках данного подхода, динамика системы и процесса управления ею описывается в пространстве состояний совокупностью трех уравнений – *состояния*, *наблюдения* и *управления*, которые в общем виде выглядят следующим образом [11]:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = F(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t)); \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}(t) = \Sigma(\bar{x}(t), \bar{\varphi}(t)); \quad (2)$$

$$\bar{u}(t) = U(\bar{x}(t), \bar{y}(t)), \quad (3)$$

где $\bar{x}(t)$ – вектор переменных состояния; $\bar{u}(t)$ – вектор переменных управления; $\bar{y}(t)$ – вектор возмущений, действующих на систему; $\bar{\sigma}(t)$ – вектор результатов измерений (сенсоров); $\bar{\varphi}(t)$ – шум наблюдения.

В зависимости от вида функции $F(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{y}(t))$ в выражении (1), характера ее параметров и возмущающих воздействий $\bar{y}(t)$ и $\bar{\varphi}(t)$ модель в пространстве состояний может быть линейной или нелинейной, детерминированной или стохастической. Причем, процесс функционирования, а также описывающие его параметры и переменные могут рассматриваться как в непрерывном времени, так и в дискретном. В последнем случае вводится интервал дискретизации $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, указывающий на интервал времени между соседними отсчетами однопериодных переменных, например, $\bar{x}(k)$ и $\bar{x}(k+1)$, отнесенных соответственно к моментам времени t_k и t_{k+1} соответственно.

В классе динамических описаний линейные детерминированные модели (как в непрерывном, так и дискретном времени) представляют собой случай наиболее простых представлений, а самая высокая адекватность математического описания, как правило, может быть достигнута при использовании нелинейных стохастических моделей. Применительно к ТКС наиболее распространенным является использование линейных моделей, в рамках которых постановка задачи управления и порядок ее решения зависит от характера переменных состояния – детерминированного или стохастического (рис. 1) [11...15].

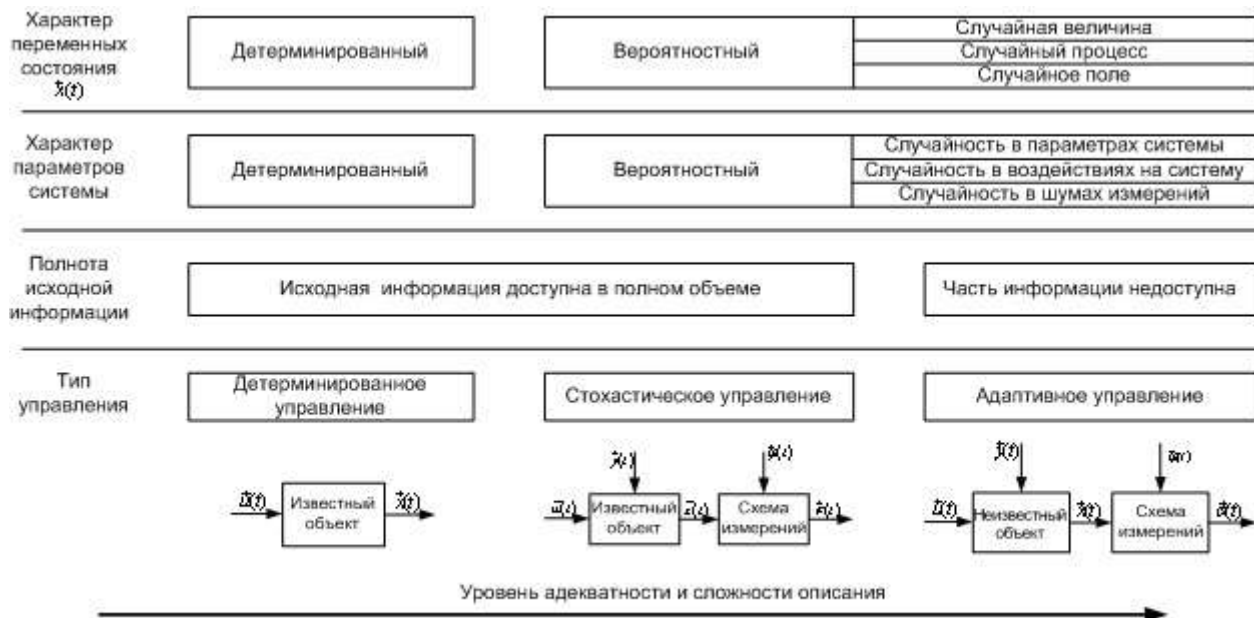


Рис. 1

В общем случае в качестве стохастических переменных состояния $\bar{x}(t)$ или $\bar{x}(k)$ могут выступать случайные величины, процессы или поля. При этом стохастичность может быть обусловлена вероятностным характером одного или нескольких параметров объекта, входящих в состав уравнения (1) и/или характеристик канала измерений, отраженных в уравнении наблюдения (2). В этом случае синтез оптимального управления требует наличия информации о характере неопределенности, выраженной в виде функций распределения случайных параметров, шумов или их моментов (математического ожидания и дисперсии). Эта информация может быть заранее известна в полном объеме, а может быть задана лишь частично, например, на уровне общих законов распределения. В первом случае речь идет о стохастическом управлении, а во втором – об адаптивном (рис. 1).

II. Детерминированное оптимальное управление ресурсами ТКС

Принятие гипотезы о детерминированном характере структурно-функциональных параметров системы приводит к постановке задачи управления ресурсами ТКС в виде оптимизационной задачи, связанной с поиском экстремума некоторой целевой функции в условиях наличия полной априорной информации о состоянии системы, ее параметрах и внешних воздействиях. Для решения подобного рода задач на сегодняшний день существует достаточно широкий спектр методов [13...15].

Примером детерминированной модели ТКС в пространстве состояний может служить линейная модель, описанная в работе [16]. Это была одна из первых попыток

сформулировать задачу управления ресурсами ТКС в целом в виде задачи оптимального управления. Здесь в качестве элементов вектора состояний $\vec{x}(t)$ выступают величины $x_{i,j}(t)$, указывающие на интенсивность потока данных, находящегося в момент времени t на узле i и предназначенных узлу j ; в качестве элементов $u_{i,l}^j(t)$ вектора управления $\vec{u}(t)$ выступали величины, отображающие долю пропускной способности тракта (i,l) , выделенную в момент времени t потоку с адресом j из общей пропускной способности тракта передачи $C_{i,l}$. В роли возмущающего воздействия, приводящего к изменению переменных состояния, выступала мгновенная интенсивность абонентского потока $y_{i,j}(t)$ с адресом j , поступающего на узел i . Тогда с использованием введенных обозначений динамика информационного обмена в ТКС может быть описана системой линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_{i,j}(t)}{dt} = y_{i,j}(t) - \sum_{k \in E(i)} u_{k,i}^j(t) + \sum_{l \in I(i)} u_{i,l}^j(t), \quad (4)$$

где $E(i)$ – множество трактов передачи, входящих в узел i , $I(i)$ – множество трактов передачи, исходящих из узла i .

В соответствии с физическим смыслом введенных переменных на них накладываются ограничения

$$x_{i,j}(t) \geq 0, \quad u_{i,l}^j(t) \geq 0, \quad \sum_{i \neq j} u_{i,l}^j(t) \leq C_{i,l}, \quad (5)$$

а сама задача управления формулируется как оптимизационная, критерием оптимальности в которой выступает минимум следующего функционала:

$$J = \int_0^{t_f} \sum_{i,j} d_{i,j} x_{i,j}(t) dt, \quad (6)$$

где t_f – интервал оптимизации.

Физически функционал (6) представляет собой некий эквивалент суммарной задержки с учетом приоритетов для разных потоков в виде коэффициентов $d_{i,j}$. Таким образом, задача детерминированного управления ресурсами ТКС в рамках модели (4)-(5) заключается в минимизации по переменным $u_{i,l}^j(t)$ целевого функционала (6) при наличии ограничений (4) и (5). Полученный в результате вектор $\vec{u}(t)$ и является искомым вектором оптимального в смысле (6) управления. Для решения оптимизационной задачи в оригинале предлагается применить принцип максимума Понтрягина, хотя в общем случае могут быть применены и другие методы.

Учитывая, что управление в ТКС носит дискретный характер, с точки зрения практики оправдан переход от записи в непрерывном виде (4) к соответствующей форме в дискретном времени. Несколько изменив физический смысл, вкладываемый в переменные управления, получается система из $N(N-1)$ уравнений вида [11]

$$x_{i,j}(k+1) = x_{i,j}(k) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N b_{i,l}(k) u_{i,l}^j(k) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i,j}}^N b_{m,i}(k) u_{m,i}^j(k) + y_{i,j}(k), \quad (7)$$

где $b_{i,l}(k) = C_{i,l}(k)\Delta t$, $i, j = \overline{1, N}$, $i \neq j$; N – количество узлов в сети; $y_{i,j}(k) = \zeta_{i,j}(k)\Delta t$ – объем нагрузки, поступающей в момент времени t_k на узел i и предназначенной для передачи узлу j ; $\zeta_{i,j}(k)$ – интенсивность поступающей нагрузки, которая определяется как

суммарная интенсивность потоков абонентов, подключенных к узлу i и ведущих обмен с абонентами, подключенными к узлу j ; $u_{i,l}^j(k)$ – доля пропускной способности тракта (i,l) , выделенная в момент времени t_k потоку с адресом j , которая изменяется в интервале $[0,1]$.

Для исключения возможности перегрузки элементов ТКС, ввиду ограниченности буферов очередей на узлах и пропускных способностей цифровых трактов передачи, на переменные состояния и управления накладываются ряд ограничений, аналогичных (5):

$$0 \leq x_{i,j}(k) \leq x_{i,j}^{\max}, \quad 0 \leq u_{i,l}^j(k) \leq 1, \quad \sum_{n=1}^N u_{i,l}^n(k) \leq 1, \quad (8)$$

где $x_{i,j}^{\max}$ – максимально допустимая длина очереди на i -м узле для трафика с адресатом j .

Внутренняя организация маршрутизирующего узла и существующие механизмы формирования очередей позволяют от ограничения на переменные состояния (8) перейти к ограничениям

$$0 \leq x_{i,j}(k), \quad \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N x_{i,j}(k) \leq x_i^{\max} \quad (9)$$

где $x_i^{\max}$ – максимально допустимый объем буфера на узле i .

Ограничения на переменные динамического управления сетевыми ресурсами связаны с ограниченностью пропускной способности трактов передачи и могут быть записаны в несколько отличном от (8) виде:

$$0 \leq u_{i,l}^j(t) \leq u_{i,l}^{j(\max)} \leq 1; \quad (10)$$

$$\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n u_{i,l}^j(t) \leq \varepsilon_{i,l} \leq 1, \quad (11)$$

где $u_{i,l}^{j(\max)}$ – максимальный предел выделяемой доли пропускной способности тракта передачи (i,l) для передачи трафика от узла i к узлу j ; $\varepsilon_{i,l}$ – доля пропускной способности тракта (i,l) , выделенная для реализации динамической стратегии управления сетевыми ресурсами.

Система уравнений (7) может быть записана в векторно-матричном виде

$$\bar{x}(k+1) = \bar{x}(k) + B(k)\bar{u}(k) + \bar{y}(k), \quad (12)$$

где $\bar{x}(k) = [x_{1,2}(k), \dots, x_{i,j}(k), \dots, x_{N,N-1}(k)]^T$, $\bar{u}(k) = [u_{1,2}^2(k), \dots, u_{i,l}^j(k), \dots, u_{N,N-1}^{N-1}]^T$;

$\bar{y}(k) = [y_{1,2}(k), \dots, y_{i,j}(k), \dots, y_{N,N-1}(k)]^T$; $B(k)$ – матрица, элементами которой в соответствии с выражением (7) являются величины $\pm b_{i,j}(k)$.

Уравнение (12) может быть несколько модифицировано за счет введения матрицы $A(k)$, отображающей или стратегию отбрасывания пакетов на узлах сети при приближении размера очереди к предельно допустимому значению, и/или содержимое статических маршрутных таблиц

$$\bar{x}(k+1) = A(k)\bar{x}(k) + B(k)\bar{u}(k) + \bar{y}(k). \quad (13)$$

В первом случае матрица $A(k)$ имеет диагональную структуру, а во втором содержит ненулевые недиагональные элементы. В последнем случае, полагая элемент матрицы $A(k)$ $a_{i,l}^j$ как долю передаваемых данных из буфера очереди (i,j) к узлу j через узел l (статическая маршрутная переменная), на них накладываются ограничения

$$0 \leq a_{i,l}^j; \quad \sum_{l=1}^n a_{i,l}^j \leq 1, l \neq i. \quad (14)$$

Стоит учесть, что источниками нагрузки, поступающей на узлы транспортной сети ТКС и формализованной в виде вектора $\bar{y}(k)$, являются как отдельные абоненты, так и сети доступа. Поэтому в условиях дополнительно решаемой задачи распределения трафика от сетей доступа по приграничным маршрутизаторам транспортной сети ТКС уравнение (11) может быть записано в виде

$$\bar{x}(k+1) = A(k)\bar{x}(k) + B(k)\bar{u}(k) + G(k)\bar{w}(k), \quad (15)$$

где $G(k)\bar{w}(k) = \bar{y}(k)$ (13), $G(k)$ – матрица, компоненты которой определяют порядок подключения сетей доступа к транспортной сети, а также предварительное распределение нагрузки от этих сетей по приграничным узлам ТКС; $\bar{w}(k)$ – вектор нагрузки, создаваемой отдельными сетями доступа.

Элементы матрицы $G(k)$ подчиняются условиям, связанных с их физическим смыслом:

$$\sum_{\substack{i=1, \\ j \neq i}}^N g_{m,i}^j \leq 1, m = \overline{1, N_{\text{досм}}}, \quad (16)$$

где $g_{k,i}^j$ – доля трафика, поступающего от m -й сети доступа на i -й приграничный узел с адресатом j , $N_{\text{досм}}$ – количество сетей доступа.

Задача управления ресурсами в рамках приведенной модели может быть рассмотрена как оптимизационная задача по минимизации некоторого целевого функционала по переменным управления при наличии ряда ограничений (8)-(11), (15). В качестве целевого функционала, подлежащего минимизации в процессе решения, может быть использовано выражение

$$J = \sum_{k=0}^{K-1} DX(k), \quad (17)$$

где $D = [d_{1,2} \dots d_{i,j} \dots d_{N,N-1}]$ – вектор весовых коэффициентов, определяемых приоритетностью очередей на узлах ТКС; K – количество интервалов Δt , для которых осуществляется расчет управляющих переменных (интервал прогнозирования).

Функционал (17) является дискретной формой стоимостного функционала (6) и эквивалентен суммарной задержке в сети в течение периода $K\Delta t$ с приоритетами для различных потоков. Однако, учитывая специфику задачи управления сетевыми ресурсами, критерий оптимизации должен отображать оценку качества управления в процессе поиска решения и затраты ресурсов на реализацию этого управления. Поэтому в критерий оптимальности должны быть включены функции от переменных управления, описывающие степень использования канальных ресурсов сети. Примером выхода из сложившейся обстановки является использование целевого функционала вида [13, 15]:

$$J = \sum_{k=0}^{K-1} [X^T(k)Q_X X(k) + U^T(k)Q_U U(k)] \rightarrow \min. \quad (18)$$

где Q_X , Q_U – диагональные соответственно неотрицательно и положительно определенные весовые матрицы, определяемые приоритетностью очередей на узлах и важностью трактов передачи в ТКС.

Физически функционал (18) характеризует суммарную стоимость использования сетевых ресурсов в процессе решения задач управления. При этом первое слагаемое определяет затраты по использованию буферных устройств сетевых узлов, а второе – количественно отображает стоимость использования канальных ресурсов ТКС. Введение $K > 1$ дает возможность учета величины поступающей (или ожидаемой) нагрузки в момент

времени t_k как на текущих, так и на последующих временных интервалах, что наделяет модель свойством прогнозирования.

С другой стороны, исходя из практики эксплуатации ТКС, можно сформулировать в качестве критерия оптимальности максимум производительности системы, достигаемой за период $K\Delta t$, которая в рамках вышеизложенной модели формализуется как

$$J = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N b_{i,j}(k) u_{i,j}^j(k) \rightarrow \max. \quad (19)$$

Заметим, что формализованная таким образом производительность ТКС физически соответствует суммарному объему доставленного конечному получателю трафика за время $K\Delta t$ и полностью определяется текущим вектором распределения ресурсов сети – вектором управления $\vec{u}(k)$. Несмотря на то, что функционал (19) ориентирован на получение максимальной отдачи от сети, он обладает меньшей по сравнению с (18) гибкостью, т.к. не позволяет в явном виде управлять загрузкой очереди и трактов передачи.

В рамках изложенной трактовки переменных состояния и управления подход не исчерпывается моделями (12), (13), (15), их развитие с учетом мультисервисности, показателей качества обслуживания, иерархического построения сетей изложено в [17-20]. Динамическая модель в пространстве состояний может иметь и отличную от (4) или (7) физическую интерпретацию. Например, в [21] с целью решения задачи управления частотным ресурсом приемо-передающего центра радиосети используется модель, где в качестве переменных состояния рассматривается количество сообщений, своевременно передаваемых в определенном направлении связи в момент времени t_k .

В целом детерминистский подход к моделированию ТКС, которая в действительности является стохастической системой, может быть оправдан лишь при возможности использования предварительно усредненных характеристик или когда можно пренебречь случайным характером тех или иных сетевых параметров. Это, как правило, справедливо при решении задач нереального времени – планирования, прогнозирования развития, структурного синтеза и др. При решении же задач управления быстротекущими процессами данный подход не дает адекватного описания, а следовательно не позволяет получить решение близкое к оптимальному. Тем не менее, детерминированные модели и синтезированные на их основе методы управления могут рассматриваться как первый шаг на пути перехода от статических схем к парадигме динамического описания и оптимального управления, а потому заслуживают право на существование. Кроме того, в настоящее время в теории телекоммуникационных систем они занимают важное место также как составная часть более сложных *стохастических* моделей управления, как будет показано ниже.

III. Стохастическое оптимальное управление ресурсами ТКС

Следующим, после детерминированного, шагом на пути формализации задачи управления ТКС является использование для ее математического описания стохастических динамических моделей, в которых структурно-функциональные параметры (полностью или частично) могут носить вероятностный характер. Примерами, иллюстрирующими данный подход применительно к решению задач управления в ТКС, являются модели, изложенные в [11, 21...23].

В общем случае все параметры телекоммуникационной системы находятся под влиянием случайных факторов и, как следствие, носят вероятностный характер. На практике в качестве основных причин, приводящих к изменению морфологической или функциональной структуры ТКС, могут выступать:

- отказы в телекоммуникационном оборудовании, ведущие к снижению производительности или выходу из строя отдельных узлов, трактов или участков сети в целом;
- скачкообразное изменение величины внешней нагрузки, поступающей от сетей доступа;
- переполнение буферных устройств и связанные с этим перегрузки сетевых элементов и сети в целом;
- изменения в конфигурации сети, связанные с перераспределением внешней нагрузки и/или со сменой порядка подключения сетей доступа к приграничным узлам ТКС;
- пересмотр статического плана распределения информации (смена маршрутных таблиц);
- ошибки в контуре управления, связанные как со сбоями в сборе информации о состоянии ТКС, так и с ее обработкой и выработкой управляющего решения.

Для описания динамических свойств телекоммуникационных систем с учетом их стохастического характера используется модель в пространстве состояний вида (15) (или (13)) с тем отличием, что некоторые ее параметры $A(k)$, $B(k)$, $G(k)$ или входное воздействие $\vec{w}(t)$ предполагаются случайными с известными статистическими характеристиками. Физический смысл, вкладываемый в переменные состояния, управления или возмущающие воздействия, как и в детерминированном случае, может быть различным, в том числе, в качестве переменных состояния $\vec{x}(k)$ могут выступать объемы данных, находящихся в момент времени t_k в очередях на определенном узле, как в (4)-(15). В этом случае случайное возмущающее воздействие $\vec{y}(k) = G(k)\vec{w}(k)$ указывает на объемы поступающей на узлы транспортной сети нагрузки, а при других подходах может иметь иной смысл, как в работе [21].

Хотя, в общем случае, каждый из параметров в (15) может быть случайным, на практике при описании ТКС как стохастической системы в уравнении состояния вероятностный характер носит только последнее слагаемое ($\vec{y}(t)$ в виде (13) или $\vec{w}(t)$ в виде (15)), что обусловлено, в первую очередь, стремлением достичь компромисса между адекватностью математического описания и сложностью решаемой задачи.

В отличие от детерминированного подхода стохастическое описание ТКС включает уравнение наблюдения, которое, как правило, записывается в виде [11-15]

$$\vec{\sigma}(t) = H(t)\vec{x}(t) + \vec{\varphi}(t) \quad (20)$$

для непрерывного времени или

$$\vec{\sigma}(k) = H(k)\vec{x}(k) + \vec{\varphi}(k) \quad (21)$$

для дискретного, где $\vec{\sigma}(t)$, $\vec{\sigma}(k)$ – вектор измерений, элементами которого являются $\sigma_{i,j}(t)$, $\sigma_{i,j}(k)$ соответственно; $\vec{\varphi}(t)$, $\vec{\varphi}(k)$ – шумы измерений; $H(t)$, $H(k)$ – масштабирующая матрица, определяющая насколько усилены (при $H > 1$) или ослаблены (при $H < 1$) измеряемые переменные состояния, т.к. в процессе функционирования ТКС наблюдению подвергаются, как правило, линейные (аддитивные) функции загрузки сетевых ресурсов.

Для синтеза оптимальной стратегии управления стохастической системой весьма важным этапом является определение законов распределения или моментов всех случайных параметров, входящих в уравнения состояния и наблюдения. Если относительно структурно-функциональных параметров, формализованных в виде $A(k)$, $B(k)$ и $G(k)$ достаточным может стать знание их математических ожиданий и дисперсии, то по отношению к

возмущающим воздействиям $\vec{w}(k)$ и шумам измерений $\vec{\varphi}(k)$ вид законов их распределения является определяющим для дальнейшего хода решения задачи управления. Рассматривая случайный процесс $\vec{w}(t)$ как процесс поступления внешней нагрузки от сетей доступа на приграничные узлы транспортной сети ТКС, как показали исследования [24], с достаточно высокой степенью достоверности может быть принята гипотеза о нормальности процесса $\vec{w}(k)$ с известным средним $\bar{w}(k)$ и спектральной плотностью мощности $N_w(k)$. Это обусловлено высокой степенью агрегированности данного потока, получаемого путем наложения множества информационных потоков отдельных абонентов. Соответственно, сказанное справедливо и для процесса $\vec{y}(k) = G(k)\vec{w}(k)$ в (13). При моделировании процессом $\vec{w}(k)$ нефизических шумов в случае описания радиосети предположение о его нормальности является изначальным. Процесс $\vec{\varphi}(k)$ в уравнении наблюдения (21) представляет собой шум измерений и является гауссовским центрированным белым шумом с матрицей интенсивностей $N_\varphi(k)$.

В условиях случайного изменения текущего состояния ТКС задача управления сетевыми ресурсами формулируется как задача оптимального стохастического управления – оптимального управления с одновременным усреднением. В качестве критерия оптимальности в таких условиях выступает экстремум математического ожидания одного из приведенных выше целевых функционалов (17)–(19). Причем наиболее часто используется математическое ожидание $\hat{I} \{ \bullet \}$ функционала квадратичной формы, который в условиях стохастичности модели ТКС приобретает вид

$$J = M \left\{ \sum_{k=0}^{K-1} \left[\vec{x}^T(k) Q_X \vec{x}(k) + \vec{u}^T(k) Q_U \vec{u}(k) \right] \right\} \rightarrow \min. \quad (22)$$

В качестве исходных данных для подобного рода задач выступают характеристики шумов объекта управления и шумов измерений; параметры объекта управления предполагаются либо известными детерминированными, либо случайными, но с известными статистическими характеристиками (первый и второй моменты, закон распределения). Совокупность ограничений, накладываемых на переменные состояния и управления, образуется векторно-матричным динамическим уравнением состояния вида (13) или (15) и рядом неравенств, связанных с физическим смыслом, вкладываемым в эти переменные: при описании территориально-распределенных ТКС и решении задачи управления ее сетевыми ресурсами это совокупность (8)–(11), а применительно к решению других задач управления, в рамках которых переменные имеют иной физический смысл, это могут быть другие выражения.

На практике весьма распространенным является подход к решению задач стохастического управления на основании использования теоремы о разделении, согласно которой исходная задача может быть декомпозирована на две последовательно решаемые задачи стохастической оценки состояния (фильтрации) и детерминированного управления (рис. 1) [11...15, 25, 26]. Условиями применимости данной теоремы являются гауссовский характер шумов $\vec{w}(k)$, $\vec{\varphi}(k)$, линейный характер модели (12), (13) или (15), а также квадратичная форма целевого функционала J (22). С целью получения оптимальных оценок состояния может быть использована одна из известных рекурсивных градиентных процедур (Роббинса-Монро, Ньютона-Рафсона, Кифера-Вольфовица, Уидроу-Хоффа и др.) для случайных величин или процедура Калмана-Бьюси и ее разновидности для случайных процессов [11, 13...15, 25...27].

Реккурентный алгоритм оценивания Калмана-Бьюси в случае линейных процессов, описываемых выражением (13), позволяет получить вектор оптимальных в среднеквадратическом смысле оценок $\hat{\bar{x}}(k+1)$ и базируется на следующих выражениях

$$\hat{\bar{x}}(k+1) = A(k)\hat{\bar{x}}(k) + B(k)\bar{u}^*(k) + \bar{y}(k) + K_f(k+1)\{\bar{\sigma}(k+1) - H(k+1)[A(k)\hat{\bar{x}}(k) + B(k)\bar{u}^*(k) + \bar{y}(k)]\}, \quad (23)$$

$$K_f(k+1) = P(k+1,k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1,k)H^T(k+1) + N_\varphi(k+1)]^{-1}, \quad (24)$$

$$P(k+1,k) = A(k)P(k)A^T(k) + N_y(k), \quad (25)$$

$$P(k) = P(k,k-1) - K_f(k)H(k)P(k,k-1), \quad (26)$$

где $N_y(k)$ – спектральная плотность мощности центрированного процесса $(\bar{y}(k) - \bar{y}(k))$; $\bar{y}(k)$ – математическое ожидание процесса $\bar{y}(k)$.

Структура *стохастического* оптимального управления, реализующая принцип разделения, приведена на рис. 2. Она основана на использовании фильтра Калмана-Бьюси для формирования оценок $\hat{\bar{x}}(k+1)$ с дальнейшим расчетом на их основе вектора управления $\bar{u}^*(k)$ в процедуре *детерминированной* оптимизации $\min J$.

Применение подхода, основанного на разделении задач оценивания и управления, значительно упрощает решение задачи управления в условиях стохастичности, что объясняет попытки применения данного подхода даже в случаях невыполнения исходных предположений. Решения, полученные в рамках стохастических моделей, могут быть положены в основу технологий (протоколов, механизмов) управления сетевыми ресурсами в реальном масштабе времени. При этом современные ТКС располагают достаточно эффективными средствами сбора статистики как о структуре, так и функциональных параметрах системы, например, при помощи протоколов динамической маршрутизации (RIP, OSPF, IGRP, IS-IS) или управления сетью (SNMP).

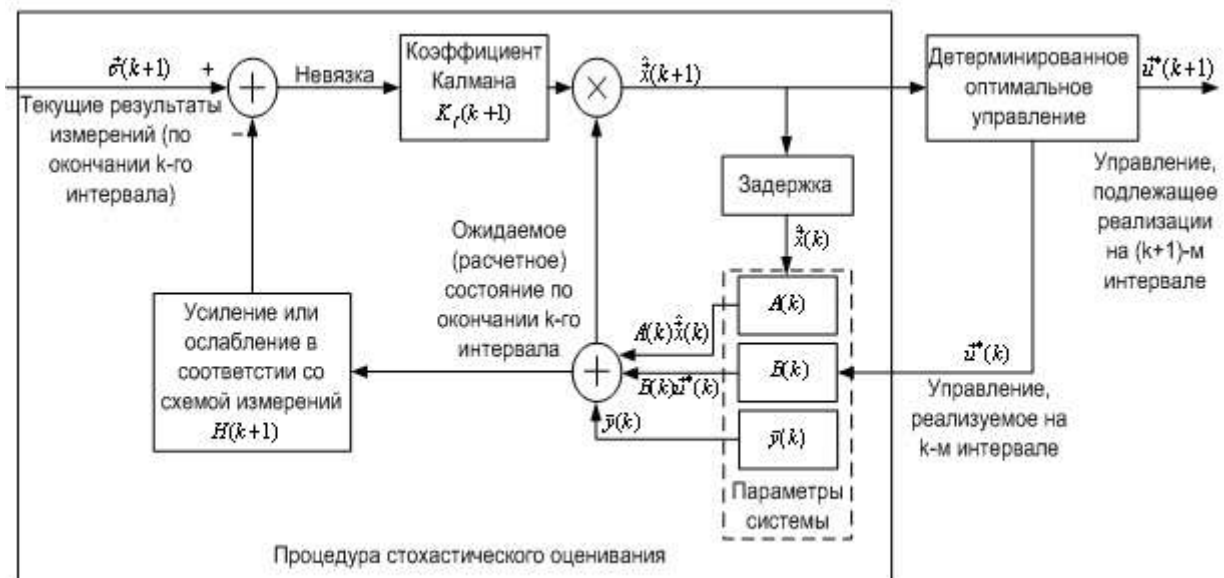


Рис. 2

IV. Адаптивное управление в ТКС

Постановка задачи управления в ТКС в форме стохастического оптимального управления предполагает наличие достоверной информации о ее параметрах в качестве исходных данных. Однако на практике зачастую некоторая часть информации о системе может оставаться неизвестной, либо ее достоверности недостаточно для принятия управленческого решения, что может быть обусловлено сложностью, стохастичностью, динамичностью и территориальной распределенностью современных телекоммуникационных систем. В результате становится целесообразным рассматривать управление в ТКС как процесс, протекающий в условиях неполной информации о ее состоянии, а саму задачу управления сформулировать в форме задачи *адаптивного* управления.

Класс задач адаптивного управления объединяет в себе наиболее сложные задачи, в которых сам объект управления считается неизвестным, т.е. отсутствует полная информация о его параметрах и/или внешних возмущениях [12...15, 31...34]. Задачи подобного рода ориентированы на случаи недостатка априорной информации или существенного непостоянства свойств и условий функционирования системы. В рассматриваемом случае управление формируется главным образом благодаря использованию апостериорной информации об объекте и среде, а также за счет дополнительной информации, поступающей уже в процессе работы системы. При реализации адаптивного подхода возникает необходимость кроме оценки состояния, как при стохастическом управлении, формировать дополнительно оценки параметров самой системы, внешних воздействий или непосредственно параметров управления, выделяя тем самым в качестве самостоятельной задачу адаптации. В итоге управляющее воздействие является результатом адаптации к изменениям не только состояния системы, но и вариации ее структурно-функциональных параметров. Это позволяет более гибко реагировать на протекающие в ТКС процессы, не выдвигая жестких требований к точности и объемам априорной информации о состоянии системы, что в ряде важных случаев реализовать достаточно тяжело или невозможно, особенно в условиях деградации структуры ТКС, при отказах или сбоях на уровне отдельных управляющих протоколов и т.д.

Неопределенность, наличие которой характерно для задач адаптивного управления, можно формализовать в виде неизвестного параметра θ , который, в общем случае, может входить в уравнения объекта и наблюдения, в плотности распределения шумов, содержаться в начальных условиях и/или в описании входных сигналов [12]. В результате параметры системы (полностью или частично), а значит и параметры ее математической модели становятся функциями неизвестных параметров θ . Тогда, в общем случае, при описании ТКС совокупностью уравнений состояния и наблюдения вида (13) и (19) возможны следующие варианты:

1) $A(k)$, $B(k)$, $G(k)$, $w(k)$ $\zeta(k)$, $\varphi(k)$ представляют собой случайные величины или процессы с неизвестным случайным параметром в качестве их математического ожидания (реже дисперсии);

2) неизвестным параметром является математическое ожидание начального состояния X_0 ;

3) элементы матриц $A(k)$, $B(k)$ и/или $G(k)$ являются известными функциями неизвестного параметра θ .

Во всех вариантах параметр θ является случайным, относительно которого известны область возможных значений, плотность распределения, математическое ожидание и дисперсия. Параметр θ может изменяться в процессе функционирования ТКС, а может оставаться постоянным, но неизвестным по величине. Синтезу оптимального управления ресурсами ТКС в первом случае посвящены работы [32...34], в которых сама неопределенность названа *нестационарной*, чтобы подчеркнуть непостоянство и зачастую нестационарность параметров системы. Второй случай рассмотрен в работах [35, 36], где в

противоположность первому, подчеркивается постоянство неизвестного параметра, и как результат неопределенность называется *стационарной*.

Математическая модель ТКС в условиях стационарной неопределенности (неопределенность по отношению к параметрам системы в начальный момент времени). Будучи случайными по своей природе, структурно-функциональные параметры ТКС подчиняются статистическим закономерностям и к моменту начала перерасчета (модификации) управляющего воздействия (маршрутных таблиц, порядка резервирования буферного пространства и канальной емкости) могут принимать определенные значения и вид на дискретном множестве. Эти значения с определенной степенью достоверности можно считать постоянными или медленно изменяющимися в течение достаточно продолжительного периода. При отсутствии точной априорной информации о начальном состоянии ТКС – загруженности ее канальных и буферных ресурсов, а также параметрах ее структуры – возникает задача поиска оптимального управления в условиях параметрической и структурной стационарной неопределенности в начальный момент времени значений элементов соответствующих матриц (A , B и G) модели.

Неопределенность в зависимости от природы ее возникновения охватывает тот или иной сетевой параметр или их некоторое множество. Она, в общем случае, может присутствовать в любом из параметров уравнения состояния [35]:

$$d\bar{x}(t)/dt = A(t, \theta^{(a)})\bar{x}(t) + B(t, \theta^{(b)})\bar{u}(t) + G(t, \theta^{(g)})\bar{w}(t), \quad (27)$$

где θ – вектор неизвестных параметров, описывающий неопределенность начального состояния ТКС.

В случае нарушения процесса мониторинга за состоянием ТКС вектор неизвестных параметров также может быть введен в уравнение наблюдения:

$$\bar{y}(t) = H(t, \theta^{(h)})\bar{x}(t) + \bar{v}(t). \quad (28)$$

Аналогичные (27) и (28) уравнения состояния и наблюдения могут быть записаны и для дискретного времени

$$\bar{x}(k+1) = A(k, \theta^{(a)})\bar{x}(k) + B(k, \theta^{(b)})\bar{u}(k) + G(\theta^{(g)})\bar{w}(k), \quad (29)$$

$$\bar{y}(k) = H(k, \theta^{(h)})\bar{x}(k) + \bar{v}(k). \quad (30)$$

Выражение (29) описывает динамику функционирования ТКС в матричном виде. Эти же уравнения можно записать в индексной (скалярной) форме:

$$\begin{aligned} x_{i,j}(k+1) = & x_{i,j}(k) - \sum_{p=1, p \neq i}^N (a_{i,p}^j \pm \theta_{i,p}^{j(a)})x_{i,j}(k) + \sum_{r=1, r \neq i,j}^N (a_{r,i}^j \pm \theta_{r,i}^{j(a)})x_{r,j}(k) - \\ & - \sum_{l=1, l \neq i}^N b_{i,l}^{\theta}(k)u_{i,l}^j(k) + \sum_{z=1, z \neq i,j}^N b_{z,i}^{\theta}(k)u_{z,i}^j(k) + \sum_{s=1}^M g_{s,i}^{j(\theta)}w_{s,j}(k), \end{aligned} \quad (31)$$

где переменные состояния $x_{i,j}(k)$ и управления $u_{i,l}^j(k)$ имеют смысл (7); $b_{i,l}^{\theta}(k)$ соответствуют переменным $b_{i,l}(k)$ (7), но являются функцией неизвестного параметра; $\theta_{i,p}^{j(a)}$ – параметр неопределенности, связанный с неточностью исходной информации о статическом плане маршрутизации или настройках механизмов управления трафиком на узлах; $g_{s,i}^j$ – доля трафика, поступающего от s -го абонента на i -й приграничный маршрутизатор с адресатом j -й узел; $w_{s,j}(k) = \zeta_{s,j}(k)\Delta t$; $\zeta_{s,j}(k)$ – интенсивность

внешнего трафика для j -го узла от s -й сети доступа в момент времени t_k ; M – общее количество сетей доступа, подключенных к транспортной телекоммуникационной сети.

Математическая модель ТКС в виде (27)-(28) (или (29)-(30)) определена с точностью до вектора неизвестных параметров θ . В уравнении загрузки буферов очередей на узлах сети (31) величины $b_{z,i}^\theta(k)$ и $g_{s,i}^{j(\theta)}$ могут определяться в соответствии со следующими выражениями в зависимости от источника неопределенности:

$$b_{z,i}^\theta(k) = (c_{z,i}(k) \pm \theta_{z,i}^{(b_1)}) \Delta t; \quad (32) \quad \text{или} \quad b_{z,i}^\theta(k) = c_{z,i}(k) \theta_{z,i}^{(b_2)} \Delta t; \quad (33)$$

$$g_{s,i}^{j(\theta)}(k) = g_{s,i}^j(k) \theta_{s,i}^{(g_1)}; \quad (34) \quad \text{или} \quad g_{s,i}^{j(\theta)}(k) = g_{s,i}^j(k) \pm \theta_{s,i}^{(g_2)}. \quad (35)$$

Параметр неопределенности $\theta_{z,i}^{(b_1)}$ моделирует непротокольное изменение номинальной или доступной пропускной способности тракта передачи (z,i) , т.е. $\theta_{z,i}^{(b_1)} \in [0, c_{z,i}]$. Параметр $\theta_{z,i}^{(b_2)}$ формализует ситуацию возможного выхода из строя тракта передачи (z,i) , т.е. $\theta_{z,i}^{(b_2)} \in \{0,1\}$. В свою очередь, параметры неопределенности $\theta_{s,i}^{(g_1)} \in \{0,1\}$ и $\theta_{s,i}^{(g_2)} \in [0,1]$ описывают возможность изменения порядка подключения или непланового перераспределения абонентского потока, поступающего на i -й приграничный сетевой узел от s -й сети доступа.

Наличие параметров неопределенности $\theta_{z,i}^{(b_2)}$ ($z, i = \overline{1, N}$, $z \neq i$) в выражении (33) и $\theta_{s,i}^{(g_1)}$ ($s = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$) в выражении (34) может привести к тому, что размерность вектора состояния ТКС также станет функцией параметров неопределенности. Таким образом, параметры $\theta_{z,i}^{(b_1)}$ и $\theta_{s,i}^{(g_2)}$ формализуют параметрическую стационарную неопределенность, а параметры $\theta_{z,i}^{(b_2)}$ и $\theta_{s,i}^{(g_1)}$ – структурную стационарную неопределенность состояния телекоммуникационной системы.

Учитывая физический смысл введенных выше переменных, на них накладывается ряд ограничений (8)...(11). В результате задача управления в рамках изложенной динамической модели формулируется как задача векторной оптимизации, где уравнения (8)...(11), (29)...(30) выступают в роли ограничений, а критерием оптимальности является выражение (22). Конечной целью поиска является определение вектора оптимального управления $\bar{u}^*(\bar{x}_k, k)$, что существенно усложняется необходимостью стохастического усреднения полученных результатов.

В работах [35, 36] модель (29)-(35) положена в основу метода управления сетевыми ресурсами, в рамках которого исходная задача представляется как совокупность последовательно решаемых задач оценивания и управления. С целью обеспечения применимости теоремы о разделении принимаются гипотезы о нормальности процессов $\bar{w}(k)$ и $\bar{v}(k)$ в уравнениях (29) и (30) соответственно. При этом используется байесовский подход, согласно которому вектор θ рассматривается как случайная величина с известной или предполагаемой произвольной априорной функцией плотности вероятностей $p(\theta | t_0) = p(\theta)$.

Для решения исходной задачи управления в литературе описано два подхода. В [35] предлагается декомпозиция общей задачи оценивания на множество элементарных условных

задач при фиксированном векторе параметров θ , тогда выражение для оценки состояния ТКС приобретает вид

$$\hat{\bar{x}}(k) = \sum_{\theta} \hat{\bar{x}}(k|\theta) \hat{f}(\theta|k,0), \quad (36)$$

где $\hat{\bar{x}}(k|\theta)$ – модельно-условные по параметру θ среднеквадратические оценки состояния; $\hat{f}(\theta|k,0)$ – апостериорная вероятность вектора параметров θ .

В результате решение исходной задачи стохастической оптимизации преобразуется в параллельное решение элементарных подзадач среднеквадратического оценивания для каждого отдельного параметра неопределенности θ с целью получения вектора состояния ТКС $\hat{\bar{x}}(k)$, на основании которого базируется процедура *детерминированного* управления сетевыми ресурсами с целью определения вектора $\bar{u}^*(\bar{x}, k)$.

Другой подход, изложенный в работе [36], представляет собой реализацию идеи разделенного адаптивного управления и базируется на использовании выражения

$$\bar{u}^*(k) = \sum_{\theta} \bar{u}^*(k|\theta) \hat{f}(\theta|k,0), \quad (37)$$

согласно которому параллельно формируются управления $\bar{u}^*(k|\theta)$ для каждого возможного значения параметра неопределенности θ на основе условных оценок $\hat{\bar{x}}(k|\theta)$, а затем принимается решение относительно оптимального безусловного вектора управления $\bar{u}^*(k)$.

Математическая модель ТКС в условиях нестационарной неопределенности. Предположение о постоянстве фактора неопределенности, присутствующее в модели (27)-(28) и определяющую стратегию решения задачи управления, в реальных условиях функционирования ТКС может считаться справедливым для некоторых ограниченных временных интервалов, однако для продолжительных периодов оно зачастую не выполняется. На практике весьма вероятны резкие, скачкообразные изменения параметров ТКС и ее структуры, причинами чего могут быть любые из перечисленных в начале третьего раздела данной статьи факторов. Причем, чем продолжительней период рассмотрения ТКС, тем вероятнее эти скачки. Применяя байесовский подход, функция плотности вероятностей $p(\theta|t_0) = p(\theta)$ предполагается известной.

В [32...34] предлагается рассматриваться ТКС в условиях нестационарной структурной и параметрической неопределенности как мультиструктурную систему, т.е. как систему со случайным изменением структуры в процессе ее функционирования. Здесь под изменением структуры понимается не только непосредственно изменение топологии ТКС, но и скачкообразное изменение функциональных параметров системы. Такой подход к моделированию ТКС предполагает существование конечного множества структур, описывающих ее состояние в процессе функционирования на неперекрывающихся временных отрезках; моменты смены структур случайны. На самих же неперекрывающихся интервалах времени структура системы предполагается либо неизменной, либо изменяющейся по прогнозируемому закону. Эти временные отрезки можно рассматривать как интервалы локальной стационарности, на протяжении которых вырабатываются и сохраняются некие оптимальные режимы функционирования как отдельных сетевых элементов, так и ТКС в целом. Тогда смену структуры ТКС в рамках данного подхода можно трактовать как переход на другой интервал локальной стационарности, определяя необходимость коррекции режимов функционирования и перераспределения сетевых ресурсов.

Полностью состояние мультиструктурной системы характеризуется вектором состояния $\bar{x}(t)$ и дискретно изменяющейся величиной $s(t)$ – номером структуры. Вектор $\bar{x}(t)$

представляет собой случайный процесс (непрерывный или дискретный в зависимости от принятого аспекта рассмотрения ТКС), а $s(t)$ – случайный дискретный скалярный процесс, $s(t) = \overline{1, n_s}$.

Физически вектор $\vec{x}(t)$ может представлять собой по-прежнему вектор загрузки буферных устройств на узлах ТКС в момент времени t . Тогда в качестве динамической модели ТКС со случайной сменой структуры используется система дифференциально-разностных уравнений состояния, дополненная уравнениями наблюдения, которые записываются для каждого состояния системы s отдельно:

$$d\vec{x}(t)/dt = A_s(t)\vec{x}(t) + B_s(t)\vec{u}(t) + G_s(t)\vec{w}(t), \quad (38)$$

$$\vec{y}(t) = H_s^T(t)\vec{x}(t) + \vec{v}(t), \quad (39)$$

где $A_s(t)$, $B_s(t)$, $G_s(t)$, $H_s(t)$ имеют смысл (13) и (18), но отнесены к интервалу локальной стационарности s .

На область допустимых значений переменных состояния и управления, а также элементов параметрических матриц в соответствии с их физическим смыслом накладываются ограничения (8)...(11), (14), (16). В условиях стохастичности так же как и при разработке других методов управления сетевыми ресурсами для дальнейшего успешного решения поставленной задачи принимаются гипотезы о нормальности случайных процессов $\vec{w}(t)$ в уравнении состояния (38) и $\vec{v}(t)$ в уравнении наблюдения (39).

Трактовка ТКС как мультиструктурной системы предполагает рассмотрение процесса функционирования как смешанного разрывного (в моменты смены структуры) случайного процесса $[\vec{x}(t), s(t)]^T$, состоящего из отрезков векторных марковских процессов $\vec{x}(t)$ одинаковой или различной размерности, представленных в виде (38). Дискретный процесс переключения $s(t) = \overline{1, n_s}$ может быть марковским или условно марковским. Полной вероятностной характеристикой расширенного вектора состояний $[\vec{x}(t), s(t)]^T$ являются априорные, а при наличии измерений – апостериорные функции:

- первая функция плотности вероятности $f(\vec{x}_t, s, t)$;
- функция плотности вероятности перехода при фиксированном номере структуры s $f(\vec{x}_t, s, t | \vec{x}'_t, s, t')$;
- вероятность нахождения ТКС в структуре с номером s – $P_s(t)$, $s(t) = \overline{1, n_s}$.

Априорные функции плотности вероятности на практике зачастую неизвестны и при анализе систем со случайной структурой используют апостериорные функции $\hat{f}(\vec{x}_t, s, t)$, $\hat{f}(\vec{x}_t, s, t | \vec{x}'_t, s, t')$ и $\hat{P}_s(t)$. Апостериорные функции плотности вероятности и вероятность нахождения ТКС в той или иной структуре могут быть определены при условии наличия результатов измерений, полученных на интервале (t_0, t) . При этом функция $\hat{f}_s(\vec{x}_0, t_0) = \hat{f}_s(\vec{x}_0)$ и вероятность $\hat{P}_s(t_0)$, $s = \overline{1, n_s}$ в начальный момент времени t_0 предполагаются известными. Апостериорная функция плотности вероятности $\hat{f}(\vec{x}_t, s, t) = \hat{P}_s(t) \hat{f}_s(\vec{x}_t, t)$ является полной характеристикой процесса $[\vec{x}(t), s(t)]^T$.

Рассматриваемые случайные процессы $\vec{x}(t)$ и $s(t)$ в общем случае могут быть как функционально связаны между собой (системы с зависимой структурой), так и не связаны (системы с независимой структурой). Для систем с зависимой структурой характерна зависимость $s(t)$ от $\vec{x}(t)$, то есть структура является условно случайной. Причем характер

этой зависимости может быть различным: смена структуры может происходить при достижении процессом $\vec{x}(t)$ определенной границы (система с сосредоточенными переходами) либо зависит от нее случайным образом (система с распределенными переходами) [15]. Как показывает анализ поведения ТКС, в подобных системах могут наблюдаться переходы всех рассмотренных типов в зависимости от факторов, обуславливающих смену структуры. Учитывая, что в качестве переменных состояния были выбраны величины текущей загрузки буферных устройств на узлах ТКС, то их переполнение (достижение верхней допустимой границы в (8)) и переход системы в состояние перегрузки может быть рассмотрено как сосредоточенная смена структуры, а отказ какого-либо сетевого элемента позволяет говорить о независимой смене структуры. Характер зависимости между процессами $\vec{x}(t)$ и $s(t)$ определяет вид функции интенсивности переходов: $p_{rs}(\vec{x}, t)$ для систем с зависимой структурой и $p_{rs}(t)$ для систем с независимой структурой. Во втором случае выражения для вероятностных моментов и скорости изменения вероятностей $dP_s(t)/dt$ значительно упрощаются [15].

В рамках описанной математической модели ТКС задача управления представляет собой задачу расчета вектора оптимального управления $\vec{u}(\vec{x}, t)$, минимизирующего целевой функционал $\vec{u}(\vec{x}, t) = \arg \min M\{J(\vec{x}, \vec{u}, s, t)\}$, в качестве которого зачастую используется квадратичный стоимостной функционал вида (22), который для непрерывного времени записывается как

$$J = M \left\{ \int_0^{t_N} \left[\vec{x}^T(t) Q_x \vec{x}(t) + \vec{u}^T(t) Q_u \vec{u}(t) \right] dt \right\}. \quad (40)$$

Использование для математического описания ТКС предложенной математической модели (38)-(39) требует, в первую очередь, определения количества возможных структур системы n_s . Здесь определяющим фактором будет физический смысл, вкладываемый в понятие структуры системы и перехода из одной структуры в другую. Например, в процессе функционирования ТКС можно выделить периоды (структуры) низкой активности абонентов (соответственно низкая величина внешней нагрузки), средней активности (средняя величина внешней нагрузки) и высокой активности (высокая внешняя нагрузка), а также ввести пороговые значения переходов между этими периодами. Каждая из этих структур имеет свои особенности и может быть описана своим дифференциальным уравнением состояния. В первом случае задача динамического распределения ресурсов неактуальна, и реализации лишь статического плана распределения трафика будет достаточно, а, следовательно, в уравнении состояния будет отсутствовать компонент $B_1(t)\vec{u}(t)$. Во втором случае, для области средних нагрузок только статической маршрутизации, как правило, оказывается недостаточно и возникает необходимость в задействовании динамических стратегий управления, нередко основанных на детерминированных моделях. Для третьей структуры характерна нехватка сетевых ресурсов, что выражается в повышении требований к качеству управления. В результате используемая модель должна обеспечивать учет стохастичности процесса функционирования, например, в виде стационарной неопределенности. В итоге система дифференциальных уравнений состояния ТКС принимает вид:

$$d\vec{x}(t)/dt = A_1(t)\vec{x}(t) + G_1(t)\vec{w}(t),$$

$$d\vec{x}(t)/dt = A_2(t)\vec{x}(t) + B_2(t)\vec{u}(t) + G_2(t)\vec{w}(t),$$

$$d\vec{x}(t)/dt = A_3(t, \theta^{(a)})\vec{x}(t) + B_3(t, \theta^{(b)})\vec{u}(t) + G_3(t, \theta^{(g)})\vec{w}(t),$$

где $\theta^{(a)}$, $\theta^{(b)}$, $\theta^{(g)}$, $\theta^{(h)}$ – параметры, моделирующие стационарную неопределенность различной природы.

Таким образом, представление ТКС как мультиструктурной системы и использование для ее математического описания дифференциальных уравнений вида (38) дает возможность реализовать в системе управления различные уровни адаптации [37]:

- параметрическая адаптация осуществляется за счет изменения параметров модели;
- структурная адаптация происходит путем перехода от одной модели (s) к другой (r);
- адаптация объекта управления (его расширение) также реализуется за счет смены модели, например, выше описанные дифференциальные уравнения для $s=1$ и $s=2$ содержат различные объекты управления.

Адаптивное управление в ТКС в условиях неопределенности характеристик трафика. Рассмотренные выше модели (27)–(40) и синтезированные на их основе методы управления ориентированы на параметрическую неопределенность ТКС и базируются на принятии гипотезы о нормальности процесса поступления нагрузки с известными статистическими характеристиками. Однако в реальных условиях возможны ситуации наличия неопределенности по отношению к характеристикам поступающего в сеть трафика. В [38] изложен подход к решению задачи управления, где в роли неизвестных параметров рассматриваются элементы $y_{i,j}(k)$ вектора $\bar{y}(k)$, отражающие объем нагрузки, поступающей в момент времени t_k на узел i и предназначенной для передачи узлу j . Именно к изменениям данной величины и необходимо адаптировать закон управления таким образом, чтобы цель управления была достигнута.

В рамках теории адаптивного управления совокупность уравнений (1)–(3) дополняется уравнением адаптации, которое в общем случае имеет вид

$$\bar{\tau}(k+1) = \Psi(\bar{\tau}(k), \bar{\sigma}(k), \bar{\sigma}(k+1)),$$

где $\bar{\sigma}(k)$ – вектор результатов измерений; $\bar{\tau}(k)$ – вектор подстраиваемых параметров.

В результате само управление становится функцией текущего состояния ТКС и вектора подстраиваемых параметров, т.е. $\bar{u}(k) = U(\bar{x}(k), \bar{\tau}(k))$. Задача адаптивного управления заключается в поиске законов формирования векторов подстраиваемых параметров и управления. Взаимосвязь этих задач показана на рис. 3.

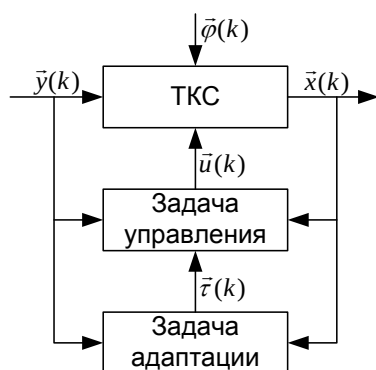


Рис. 3

Весьма важным для синтеза метода адаптивного управления является выбор подстраиваемых параметров $\bar{\tau}(k)$, физический смысл которых зависит от взятого за основу подхода – прямого или идентификационного. При прямом подходе в качестве подстраиваемых параметров выступают непосредственно коэффициенты алгоритма управления, а идентификационный подход состоит в оценивании неизвестных параметров самого объекта управления с дальнейшей подстановкой полученных оценок в закон оптимального управления. Независимо от выбранного подхода подстраиваемые параметры должны зависеть только от их значений на предыдущих шагах и от результатов измерений, сводя тем самым вектор управления к функции известных параметров [28...31].

Процесс информационного обмена в ТКС в рамках введенных выше обозначений может быть описан в векторно-матричном виде уравнением (13), которое в индексной записи выглядит как система следующих разностных скалярных уравнений

$$x_{i,j}(k+1) = a_{i,j}(k)x_{i,j}(k) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N b_{i,l}(k)u_{i,l}^j(k) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i,j}}^N b_{m,i}(k)u_{m,i}^j(k) + y_{i,j}(k). \quad (41)$$

Уравнение наблюдения может быть формализовано в общепринятом виде (21).

В качестве цели управления выступает повышение производительности ТКС, достигаемой на k -м временном интервале, которая в рамках модели в пространстве состояний (13) может быть формализована в виде (19), полагая $a=1$, т.е.

$$P(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{i,j}(k)u_{i,j}^j(k), \quad i \neq j, \quad P(k) > 0. \quad (42)$$

Используя производительность ТКС в качестве показателя качества управления, задача в целом формализуется как задача оптимального адаптивного управления

$$J = \max_{\vec{u}} \left(\lim_{k \rightarrow \infty} P(k) \right). \quad (43)$$

Располагая алгоритмом решения задачи оптимального управления для объекта, описываемого уравнением (41), при наличии ограничений (8)-(11) и при целевом функционале вида (42), для окончательного решения задачи адаптивного управления необходимо решить задачу адаптации. Подход к адаптивному управлению сетевыми ресурсами, изложенный в [38], предполагает, что элементы матриц $A(k)$ и $B(k)$ известны. А в качестве подстраиваемого параметра предлагается использовать вектор $\vec{\tau}(k) = \vec{y}^*(k)$ – вектор объемов нагрузки, в действительности поступающей на узлы ТКС. Тогда задача оценки вектора $\vec{y}^*(k)$ становится задачей адаптации. Для формирования оценки $\vec{y}^*(k)$ предлагается два подхода: первый – традиционный в рамках теории адаптивного управления, второй – базирующийся на использовании результатов фрактального анализа, что обусловлено физическим смыслом подстраиваемого параметра.

В рамках первого подхода закон формирования вектора подстраиваемых параметров $\vec{\tau}(k+1)$ строится на основе отклонения измеренных размеров очередей $\hat{x}_{i,j}(k+1)$ от их расчетных значений $x_{i,j}(k+1)$

$$\tau_{i,j}(k+1) = \tau_{i,j}(k) + \gamma(k) \left[\hat{x}_{i,j}(k+1) - x_{i,j}(k+1) \right], \quad (44)$$

где $\gamma(k)$ – шаг алгоритма адаптации, отражающий чувствительность $\tau_{i,j}(k+1)$ к колебаниям результатов измерений; $\hat{x}_{i,j}(k+1)$ – оценка текущего состояния, полученная на основе результатов измерений $\sigma_{i,j}(k+1)$ после применения управления $\vec{u}(k)$. Для получения такой оценки может быть использована, например, процедура Калмана-Бьюси (23)-(26).

В результате обобщенная структура адаптивного управления ресурсами ТКС (рис. 3) принимает вид, представленный на рис. 4. Здесь в качестве дополнительно источника информации об ожидаемых объемах трафика рассматривается соглашение об уровне обслуживания SLA, содержащее как требования к качеству предоставляемой услуги, так и описание трафика, генерируемого на стороне пользователя. Наличие соглашения SLA и механизмов профилирования трафика, обеспечивающих его жесткое выполнение, гарантируют отсутствие всплесков трафика, превышающих максимальное значение, оговоренное в SLA. Учет данной информации, например, в рамках параметра $\gamma(k)$, способствует повышению качества адаптации.

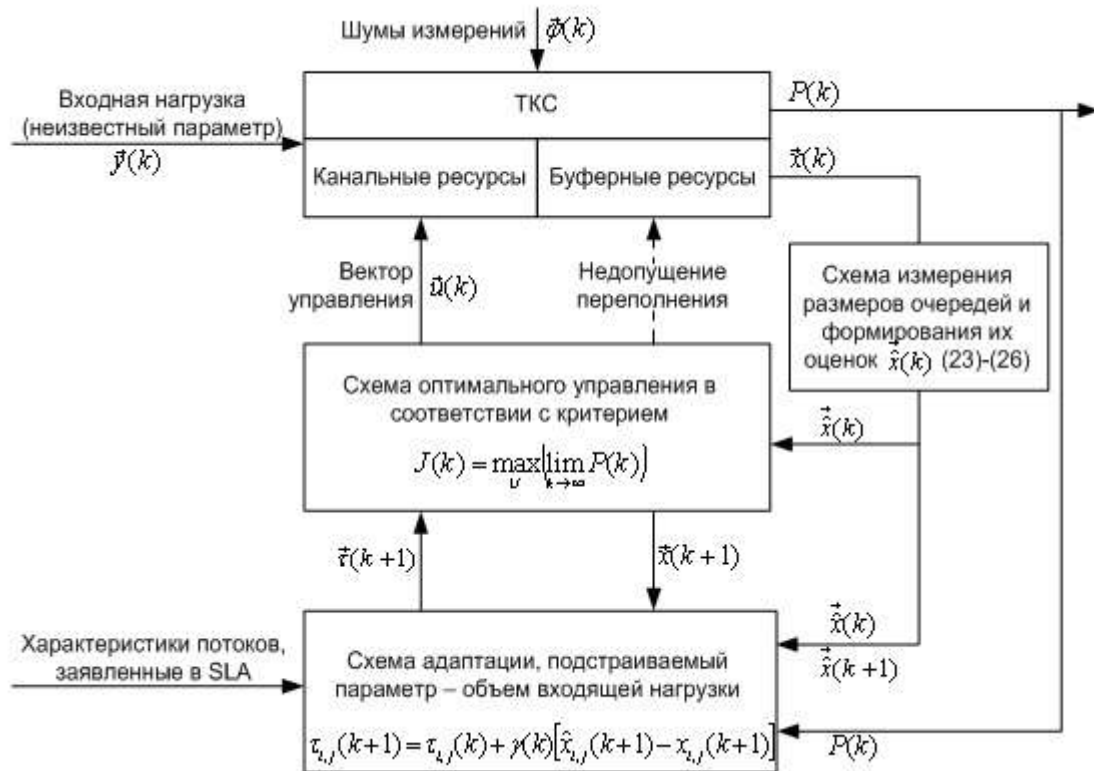


Рис. 4

Другой подход к формированию вектора подстраиваемых параметров, предложенный в [38], использует результаты фрактального анализа, полученные применительно к сетевому трафику. На основе описания трафика случайным самоподобным процессом представляется возможным прогнозирование объемов трафика на некоторое время вперед $K\Delta t$. Такая возможность позволит в рамках модели ТКС в пространстве состояний реализовывать превентивное (заблаговременное) предотвращение перегрузок, способствуя тем самым повышению производительности ТКС в целом.

С целью учета неизбежных ошибок прогнозирования предлагается реализовывать комбинированный подход к формированию вектора подстраиваемых параметров в схеме адаптивного управления. Так как задача прогнозирования нагрузки не связана с применением рассчитанного управления, она может быть решена параллельно с задачей его поиска. Результаты прогнозирования $\vec{y}^{np}(k)$ следует рассматривать как предварительные и подлежащие дальнейшей корректировке с учетом имеющегося отклонения нагрузки $\Delta y_{i,j}(k) = \hat{x}_{i,j}(k+1) - x_{i,j}(k+1)$. В результате имеем

$$\vec{\tau}(k+1) = Y\left(\vec{\tau}(k), \vec{y}^{i\delta}(k+1), \gamma(k), \vec{\hat{x}}(k+1), \vec{x}(k+1)\right). \quad (45)$$

То есть оценка объема поступающей нагрузки $\vec{\tau}(k+1) = \vec{y}^*(k+1)$ должна формироваться с учетом участвующего в расчетах на предыдущем шаге значения $\vec{y}^*(k)$, прогнозируемых объемов $\vec{y}^{np}(k+1)$, измерений размеров очередей, наблюдаемых в течение последнего временного интервала. Вклад каждого из перечисленных факторов в результирующее значение определяется вектором $\gamma(k)$, элементы которого в общем случае должны зависеть от соотношения всех перечисленных выше факторов.

Выводы. Таким образом, анализ основных подходов к математической постановке задач управления ресурсами ТКС демонстрирует необходимость перехода от эвристических схем и статических моделей к динамическим описаниям, что является залогом улучшения качества синтезируемого управления и повышения эффективности функционирования системы в целом. Причем среди возможных способов математического моделирования, как показывает анализ, наиболее плодотворным является подход, основанный на использовании методов пространства состояний. Модели данного типа наряду с учетом связи состояний системы во времени трактуют ТКС как многосвязную архитектуру, в рамках которой согласуется описание особенностей ее структурного и функционального построения.

В рамках динамического подхода к математическому описанию ТКС в пространстве состояний в зависимости от характера параметров и полноты информации о них выделяют три основные постановки задачи оптимального управления сетевыми ресурсами, каждая из которых сохраняет преимущества динамических моделей в целом, но обладает различными возможностями и, как результат, областями преимущественного применения (табл. 1).

Табл. 1

	<i>Оптимальное управление ресурсами ТКС</i>		
	<i>Детерминированное</i>	<i>Стохастическое</i>	<i>Адаптивное</i>
Математическая модель	Динамическая детерминированная	Динамическая стохастическая	Динамическая стохастическая
Достижимое управление	Оптимальное	Оптимальное или близкое к оптимальному	Оптимальное в асимптотике
Исходные данные	Полная детерминированная информация о системе и внешних воздействиях, неопределенности отсутствуют	Полная информация о статистических характеристиках всех параметров ТКС; неопределенности отсутствуют	Присутствуют разного рода и степени неопределенности по отношению к структуре системы, ее параметрам и внешним воздействиям
Решаемые задачи	Оптимизации	Оптимизации и оценивания состояния	Оптимизации, оценивания параметров и состояния
Основной источник информации для принятия решения	Априорная информация детерминированного характера о параметрах ТКС	Результаты статистического оценивания состояния ТКС	Результаты измерений и оценивания состояния и параметров ТКС
Достоинства	Относительная простота получения оптимального управления	Более высокое качество управления за счет учета стохастического характера параметров и/или воздействий	Более высокая адекватность математического описания и высокое качество управления за счет учета стохастического характера и допущения неполноты исходной информации
Недостатки	Область применения ограничена гипотезой о детерминированном характере основных параметров и высокими требованиями к полноте исходных данных о них. Как результат – низкая достигаемая адекватность.	Усложнение контура управления за счет процедур оценивания. Область применения ограничена стационарными случайными процессами.	Дальнейшее усложнение контура управления за счет процедур оценивания и адаптации. Возможность достижения оптимума целевой функции только в асимптотике.

В наиболее простом случае – детерминированного оптимального управления отправной точкой служит принятие гипотезы о детерминированном характере всех переменных и параметров модели, что значительно ее упрощает, однако снижает адекватность описания. Применимость детерминированных моделей и синтезированных на их основе методов оптимального управления ограничивается задачами топологического синтеза или отдельными подзадачами в рамках методов стохастического или адаптивного управления.

Стохастическое управление предполагает учет вероятностного характера переменных состояния, для чего в контур управления вводятся дополнительные процедуры статистического оценивания, несколько усложняющие его, но расширяющие область применения данного подхода. Методы стохастического управления в основном ориентированы на стационарные случайные процессы.

В наиболее полной степени ТКС и задача управления ее ресурсами описываются в рамках адаптивных моделей и методов управления, в которых наряду с учетом вероятностного характера переменных состояния допускаются неопределенности по отношению к параметрам и состоянию системы. Основной недостаток данного подхода заключается в большей сложности расчета оптимальных решений. Однако, учитывая более высокую адекватность, получаемую в ходе постановки задачи адаптивного управления, целесообразно рассматривать его в качестве основы перспективных методов управления сетевыми ресурсами.

В целом, с учетом результативности динамических моделей в пространстве состояний для решения задач управления ресурсами ТКС в качестве направления дальнейшего их дальнейшего развития стоит отметить переход к нелинейным представлениям системы с дополнением архитектур управления процедурами анализа устойчивости ее состояния.

Литература

1. Вегенша Ш. Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 386 с.
2. Odom W., Cavanaugh M.J. Cisco QOS Exam Certification Guide, Second Edition. – Cisco Press, 2004. – 768 p.
3. Дансмор Б., Скандьер Т. Справочник по телекоммуникационным технологиям: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 640 с.
4. Остерлох Х. Маршрутизация в IP-сетях. Принципы, протоколы, настройка. С.Пб.: BHV-С.Пб., 2002. – 512 с.
5. Gallager R. G. A minimum delay routing algorithm using distributed computation // IEEE Trans. on communications. – 1975. – Vol. 25. – №1. – P.73-85.
6. Vutukury S., Garcia-Luna-Aceves J.J. A traffic engineering approach based on minimum-delay routing // Proc. of IEEE IC3N. – Las Vegas, 2000. – P. 42-47.
7. Seok Yo., Lee Yo., Choi Ya., Kim C. A constrained multipath traffic engineering scheme for MPLS networks // Proc. of IEEE ICC 2002. – New York. 2002 – P. 2431-2436.
8. Лемешко А.В., Дробот О.А. Модель многопутевой QoS-маршрутизации в мультисервисной телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2006. – Вып. 144. – С. 16-22.

9. Orda A., Rom R., Sidi M. Minimum delay routing in multisatellite networks // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1993. – №1. – P. 187-198.
10. Гуревич И.М. Динамическая модель сети связи// Теория телетрафика в системах информатики. – М.: Наука, 1989. – С. 54-64.
11. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем / За загал. ред. В.В. Поповського. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 564 с.
12. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
13. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С., III Оптимальное управление системами.– М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.
14. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Высш. шк., 1989. – 263 с.
15. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. – 712 с.
16. Segall A. The modeling of adaptive routing in data-communications networks. // IEEE Trans. on communications. – 1975. – Vol. 25. – №1. – P.85-95.
17. Лемешко А.В. Алгоритм иерархическо-координационного управления информационным обменом в сети передачи данных // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сборник научных трудов ХАИ. – 1998. – Вып. №1. – С. 323-328.
18. Лемешко А.В., Беленков А.Г. Двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2003. – Вып. 135. – С. 113-118.
19. Евсеева О.Ю. Решение задачи иерархическо-координационной маршрутизации в телекоммуникационных сетях методом предсказания взаимодействия // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. Харьков: НАКУ «ХАИ». – 2003. – Вып.21. – С. 102-111.
20. Беленков А.Г., Евсеева О.Ю., Лемешко А.В. Метод распределения нагрузки в иерархических телекоммуникационных сетях на базе декомпозиционных принципов предсказания взаимодействий и целевой координации // Праці УНДІРТ. – 2005. – №2(42). – С. 11-16.
21. Шаров А.Н. Автоматизированные сети радиосвязи. – Л.: ВАС, 1988. – 178 с.
22. Амосов А.А., Коленеченко А.М. Поточковые алгоритмы для управления нестационарными сетями связи // V Всесоюзная школа семинар по вычислительным сетям. Ч.2. – Москва-Владивосток. – 1980. С. 13-18.
23. Лемешко А.В., Момот Ю.А. Алгоритм робастной оценки состояния сети передачи данных // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сборник научных трудов ХАИ. –1998. – №1. – С. 319-323.
24. Norros I., Pruthi P. On the applicability of Gaussian traffic models // Proc. of The Thirteenth Nordic Teletraffic Seminar. – Trondheim (Norway), 1996. – P. 37-50.
25. Лайниотис Д.Г. Разделение – единый метод построения адаптивных систем. I. Оценивание // ТИИЭР. – 1976. – Том 64, №8. – С. 8-27.
26. Лайниотис Д.Г. Разделение – единый метод построения адаптивных систем. I. Управление // ТИИЭР. – 1976. – Том 64, №8. – С. 74-93.

27. Сейдж Э.П., Мелс Д.П. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. – 406 с.
28. Антонов В.И., Терехов В. А., Тюкин И.Ю. Адаптивное управление в технических системах. – СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2001. – 244 с.
29. Симанков В.С., Луценко Е.В. Адаптивное управление сложными системами на основе теории распознавания образов: Монография (научное издание) / Техн. ун-т Кубан. гос. технол. ун-та. – Краснодар, 1999. – 318 с.
30. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. – М.: Наука, 1981. – 216 с.
31. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
32. Поповский В. В., Олейник В. Ф. Обобщенная модель управления параметрами функциональных и структурных свойств телекоммуникационных систем // Зв'язок. – 2004. – №3. – С. 29-33.
33. Поповский В.В. Модель управления реструктуризацией телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2004. – Вып. 138. – С.25-31.
34. Евсеева О.Ю. Мультиструктурная модель и метод управления в самоорганизующейся телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2007. – Вып. 151. – С. 98-105.
35. Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Копейка О.В., Беленков А.Г. Реструктуризация телекоммуникационной системы в условиях неопределенности ее стационарного состояния// Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2007. – Вып. 148. – С. 15-27.
36. Лемешко О.В., Євсєєва О.Ю., Старкова О.В. Управління телекомунікаційною системою, що самоорганізується, в умовах невизначеності її стаціонарного стану // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наукових праць. – 2007. – С. 142-150.
37. Растрингин Л. А. Адаптация сложных систем. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.
38. Евсеева О.Ю. Метод адаптивного управления сетевыми ресурсами в условиях неопределенности характеристик трафика // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – 2009. – Вып. 156. – С. 22-29.